

# Étude numérique du couplage rayonnement-convection naturelle en régime permanent dans des secteurs et des espaces annulaires à l'aide de la méthode des volumes finis

Mohamed Naceur Borjini, Cheikh Mbow, Michel Daguenet\*

Laboratoire de thermodynamique et énergétique, université de Perpignan, 52 av. de Villeneuve, 66860 Perpignan cedex, France

(Reçu le 25 mai 1998, accepté le 28 septembre 1998)

Abridged English version at the end of the text

**Abstract — Numerical study of combined radiation and natural convection within annular spaces and sectors using the finite volume method.** Combined radiation and natural convection within annular spaces and sectors are investigated numerically. The medium is considered as gray, emitting, absorbing, and isotropically scattering gas. The finite volume radiation solution method and the control volume approach are used to discretize the coupled equations of momentum, energy, and radiative transfer. The effects of the boundary conditions (for annular sectors) and the position of inner cylinder (for annular spaces) on the intensity and the stability of the flow are analyzed. Numerical solutions are obtained for  $Pr = 0.7$ ,  $Ra \leq 2 \cdot 10^5$ , and the radiation-conduction parameter ranging from 0 to  $\infty$ . © Elsevier, Paris.

**natural convection /radiation / annular space / annular sector / finite volume method / two-dimensional numerical simulation / boundary conditions**

**Résumé —** Les transferts couplés rayonnement-convection naturelle en régime laminaire dans des géométries définies par des secteurs et des espaces annulaires bidimensionnels remplis d'un fluide newtonien sont étudiés numériquement à l'aide de la technique du volume de contrôle et la méthode des volumes finis pour la résolution de l'équation du transfert radiatif. Le fluide est supposé semi-transparent, gris, émetteur, absorbant et diffusant isotropiquement le rayonnement. Les influences des conditions aux limites (pour les secteurs) et de la position du cylindre interne (pour les espaces annulaires) sur l'intensité et la stabilité de l'écoulement sont analysées. Les simulations numériques ont été effectuées pour  $Pr = 0,7$ ,  $Ra \leq 2 \cdot 10^5$  et pour un paramètre de couplage rayonnement-conduction allant de zéro à l'infini. © Elsevier, Paris.

**convection naturelle / rayonnement / espace annulaire / secteur / méthode des volumes finis / simulation numérique bidimensionnelle / conditions aux limites**

## Nomenclature

$A, B, C$  fonctions adimensionnelles

$$A(\eta, \xi) = \frac{1 - \operatorname{ch} \eta \cos \xi}{\operatorname{ch} \eta - \cos \xi},$$

$$B(\eta, \xi) = \frac{\operatorname{sh} \eta \sin \xi}{\operatorname{ch} \eta - \cos \xi},$$

$$C(\eta, \xi) = \frac{1}{r_e - r_i} \frac{r_i \operatorname{sh} \eta_i}{\operatorname{ch} \eta - \cos \xi}$$

$e$  excentricité adimensionnelle  
 $e = \overline{o_i o_e} / (r_e - r_i)$

$g$	accélération de la pesanteur .....	$\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$
$G$	puissance adimensionnelle du rayonnement incident $G = G' / \sigma T_e^4$	
$L$	luminance du rayonnement .....	$\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{sr}^{-1}$
$L^0$	luminance du corps noir .....	$\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{sr}^{-1}$
$L$	nombre total de directions angulaires discrètes	
$L_+$	nombre total de directions angulaires discrètes orientées vers une frontière donnée	
$N$	quantité adimensionnelle	
	$N_i^l = \frac{1}{\Delta \Omega^1} \int_{\Delta \Omega^1} \Omega \cdot n_i \, d\Omega$	

\* Correspondance et tirés à part.  
daguenet@gala.univ.perp.fr

$\alpha$	diffusivité thermique .....	$\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$
$\beta$	coefficient d'extinction .....	$\text{m}^{-1}$
$\beta_c$	coefficient d'expansion thermique ..	$\text{K}^{-1}$
$\chi$	angle d'ouverture du secteur (figure 1b) .....	rd
$\delta$	angle (figure 1) .....	rd
$r$	rayon d'une section droite du cylindre .....	m
$R$	amplitude volumique de la source de chaleur définie dans l'équation (5) ..	$\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{sr}^{-1}$
$Ra$	nombre de Rayleigh $Ra = g \beta_c (r_e - r_i)^3 (T_i - T_e) / \alpha \nu$	
$Rc$	paramètre de couplage rayonnement-conduction $R_c = r_i \sigma T_e^3 / \lambda$	
$s$	abscisse dans la direction $\Omega$ de la luminance .....	m
$T$	température adimensionnelle $T = (T' - T_e) / (T_i - T_e)$	
$u$	composante adimensionnelle de la vitesse suivant $x, u = u'(r_e - r_i) / \alpha$	
$v$	composante adimensionnelle de la vitesse suivant $y, v = v'(r_e - r_i) / \alpha$	
$u_\eta$	composante adimensionnelle de la vitesse suivant $\eta, u_\eta = u'_\eta(r_e - r_i) / \alpha$	
$u_\xi$	composante adimensionnelle de la vitesse suivant $\xi, u_\xi = u'_\xi(r_e - r_i) / \alpha$	
$x$	coordonnée cartésienne adimensionnelle, $x = x' / (r_e - r_i)$	
$y$	coordonnée cartésienne adimensionnelle, $y = y' / (r_e - r_i)$	
<i>Symboles grecs</i>		
$\Omega$	angle solide de contrôle	
$\Delta \Omega^l$	$\Delta \Omega^l = \int_{\theta^{m+}}^{\theta^{m+}} \int_{\varphi^{n-}}^{\varphi^{n+}} \sin \theta \, d\theta \, d\varphi \dots$	sr
$\varepsilon$	émissivité des parois	
$\Phi$	rapport des températures $\Phi = (T_i - T_e) / T_e$	
$\Gamma$	rapport des rayons ( $\Gamma = r_e / r_i$ )	
$\eta, \xi, z'$	coordonnées bicylindriques	
$\eta_i, \eta_e$	limites des cylindres interne et externe respectivement	
	$\text{ch } \eta_e = \frac{1 - e^2 + \Gamma (1 + e^2)}{2 \Gamma e},$	
	$\text{ch } \eta_i = \frac{1 + e^2 + \Gamma (1 - e^2)}{2 e}$	
$\lambda$	conductivité thermique .....	$\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
$\nu$	viscosité cinématique .....	$\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$
$\theta, \varphi$	angles polaire et azimuthal respectivement .....	rd
$\rho$	masse volumique .....	$\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$
$\sigma$	constante de Stefan-Boltzmann .....	$\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$
$\tau$	épaisseur optique ( $\tau = \beta r_i$ )	
$\omega$	vorticité adimensionnelle $\omega = \omega'(r_e - r_i)^2 / \alpha$	
$\omega_0$	albédo de diffusion	
$\Omega$	vecteur unitaire suivant la direction de la luminance	
$\psi$	fonction de courant adimensionnelle $\psi = \psi' / \alpha$	
<i>Indices</i>		
c	paroi chaude	
e, ext	cylindre externe	
f	paroi froide	
F	frontière du domaine étudié	
i	cylindre interne et face du volume de contrôle	
int	cylindre interne	
P	nœud P	
<i>Exposants</i>		
$l, l'$	directions angulaires discrètes	
-	valeur moyennée sur la surface du cylindre	
'	valeur dimensionnelle	
<b>1. INTRODUCTION</b>		
Durant ces deux dernières décennies, le couplage convection naturelle-rayonnement dans des enceintes fermées a fait l'objet de nombreuses études [1-6]. Si, dans la plupart de ces travaux, les auteurs ont montré que le rayonnement joue un rôle important et—quelquefois—majeur dans les transferts, il n'en demeure pas moins que les influences des types de conditions aux		

## 1. INTRODUCTION

Durant ces deux dernières décennies, le couplage convection naturelle-rayonnement dans des enceintes fermées a fait l'objet de nombreuses études [1-6]. Si, dans la plupart de ces travaux, les auteurs ont montré que le rayonnement joue un rôle important et—quelquefois—majeur dans les transferts, il n'en demeure pas moins que les influences des types de conditions aux

limites et de la configuration géométrique sur la stabilité de l'écoulement et les coefficients d'échanges thermiques sont, d'une façon générale, peu étudiées, alors qu'elles revêtent une grande importance. En effet, il est utile pour un praticien de savoir, pour une géométrie donnée, quels sont les types de conditions aux limites ou (et) quelle est la configuration lui permettant d'obtenir, par exemple, le coefficient d'échange désiré. D'un point de vue fondamental, dans ces types de problèmes, l'étude combinée de leurs influences et du rayonnement peut fournir des renseignements précieux sur la stabilité de l'écoulement, les transitions de régime, les ruptures de symétries, etc.

Nous allons donc analyser les influences des types de conditions aux limites et de la position du cylindre intérieur respectivement dans des secteurs et dans des espaces annulaires cylindriques d'axes horizontaux. La procédure numérique adoptée utilise la méthode des volumes finis (FVM) pour résoudre l'équation du transfert radiatif. Cette méthode a été formulée par Borjini et al. [7] dans un système de coordonnées curvilignes orthogonales. Les résultats, en transfert radiatif seul, sont comparés à d'autres tirés de la littérature.

## 2. FORMULATION MATHÉMATIQUE ET MÉTHODE DE RÉSOLUTION

Considérons une enceinte bidimensionnelle d'axe horizontal, remplie d'un fluide newtonien, en l'occurrence de l'air, gris, à diffusion isotrope, incompressible, à propriétés physiques constantes, hormis sa masse volumique dans le terme de pesanteur de l'équation du mouvement, dont les variations avec la température, supposées linéaires, engendrent une convection naturelle laminaire, permanente et bidimensionnelle. La dissipation visqueuse n'est pas prise en compte.

En utilisant la vorticité et la fonction de courant et en prenant respectivement  $r_e - r_i$  et  $\alpha/(r_e - r_i)$  comme longueur et vitesse de référence, les équations de transfert et les conditions aux limites s'écrivent en coordonnées bicylindriques  $(\eta, \xi, z)$  et en variables adimensionnelles de la manière suivante :

$$\frac{1}{C^2} \left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi^2} \right) = -\omega \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( C u_\eta \omega - Pr \frac{\partial \omega}{\partial \eta} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi} \left( C u_\xi \omega - Pr \frac{\partial \omega}{\partial \xi} \right) \\ = C Pr Ra \left[ B \frac{\partial T}{\partial \eta} - A \frac{\partial T}{\partial \xi} \right] \quad (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( C u_\eta T - \frac{\partial T}{\partial \eta} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi} \left( C u_\xi T - \frac{\partial T}{\partial \xi} \right) \\ = \frac{C^2 (\Gamma - 1) R_c (1 - \omega_0) \tau}{\Phi} [G - 4(1 + \Phi T)^4] \quad (3) \end{aligned}$$

Les parois des domaines sont supposées grises, diffusantes en émission comme en réflexion et de même émissivité.

### Conditions aux limites hydrodynamiques

Les parois étant solides et imperméables, il vient :

$$\psi = \frac{\partial \psi}{\partial \eta} = 0 \text{ (paroi cylindrique)}$$

$$\psi = \frac{\partial \psi}{\partial \xi} = 0 \text{ (paroi plane)}$$

### Conditions aux limites thermiques

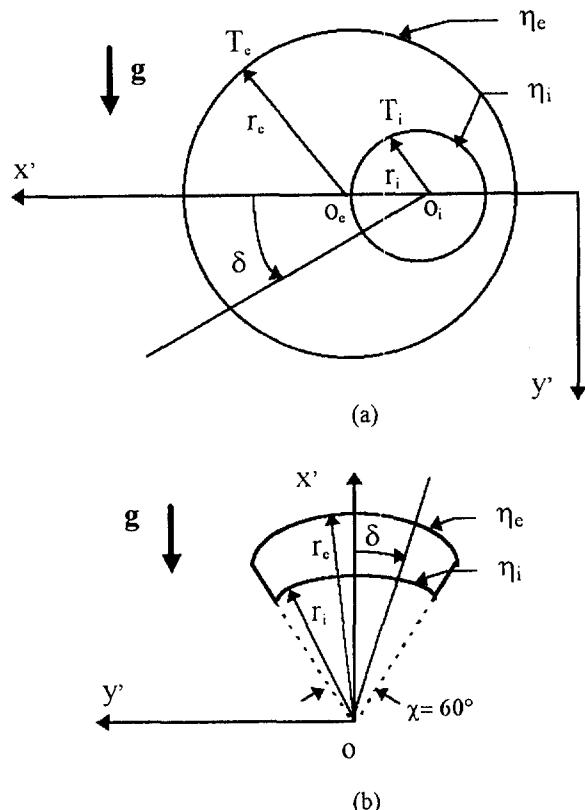
Cas d'un espace annulaire (figure 1a) :

- sur le cylindre interne ( $\eta = \eta_i$ ) :  $T = 1$
- sur le cylindre externe ( $\eta = \eta_e$ ) :  $T = 0$

Cas d'un secteur bidimensionnel (figure 1b) :

- paroi plane isotherme ( $\xi = \pm \chi/2$ ) :  $T = 1$  ou 0
- paroi plane adiabatique ( $\xi = \pm \chi/2$ ) :

$$\frac{1}{C} \frac{\partial T}{\partial \xi} + \frac{R_c (\Gamma - 1)}{\Phi} q^r = 0$$



**Figure 1.** Représentation schématique des systèmes étudiés.  
a. Espace annulaire. b. Secteur bidimensionnel.

**Figure 1.** Schematic representation of the systems. a. Annular space. b. Two-dimensional sector.

- paroi circulaire isotherme ( $\eta = \eta_i, \eta_e$ ) :  $T = 1$  ou  $0$
- paroi circulaire adiabatique ( $\eta = \eta_i, \eta_e$ ) :

$$\frac{1}{C} \frac{\partial T}{\partial \eta} + \frac{R_c(\Gamma - 1)}{\Phi} q^r = 0$$

La luminance du rayonnement, nécessaire pour calculer le rayonnement incident  $G$  et le flux radiatif  $q^r$ , est déterminée à partir de la résolution de l'équation du transfert radiatif qui, dans un milieu semi-transparent gris et à diffusion isotrope, s'écrit (Siegel et Howell [8]) :

$$\frac{\partial L(s, \Omega)}{\partial s} + \beta L(s, \Omega) = \beta R \quad (4)$$

avec :  $R = (1 - \omega_0) L^0(s) + \frac{\omega_0}{4\pi} \int_{4\pi} L(s, \Omega') d\Omega'$  (5)

L'équation (4) est résolue à l'aide de la méthode des volumes finis (FVM). Le domaine est divisé en plusieurs volumes élémentaires, appelés volumes de contrôle, et l'angle solide, en plusieurs angles élémentaires, dits angles de contrôle. L'équation du transfert radiatif est ensuite intégrée dans chaque volume et chaque angle de contrôle. Plus de détails sont donnés dans Borjini et al. [7].

Le rayonnement incident adimensionnel intervenant dans l'équation de la chaleur se calcule au nœud P comme suit :

$$G_P = \frac{1}{\sigma T_e^4} \sum_{l=1}^L L_P^l \Delta \Omega^l \quad (6)$$

Les équations de transfert (équations (1)-(3)) sont discrétisées en utilisant l'approche du volume de contrôle [9]. Le maillage spatial adopté est uniforme dans les deux directions, avec des nœuds supplémentaires situés sur les frontières. Nous adoptons la procédure de résolution utilisée par Borjini et al. [7]. La solution est considérée comme acceptable quand le critère de convergence suivant, où  $n$  indique le numéro de l'itération, est satisfait :

$$\frac{\max|\psi^n - \psi^{n-1}|}{\max|\psi^n|} + \max|T^n - T^{n-1}| \leq 10^{-5} \quad (7)$$

### 3. RESULTATS ET DISCUSSION

#### 3.1. Couplage rayonnement-convection naturelle dans un secteur bidimensionnel

Un schéma du problème considéré est présenté sur la figure 1b, qui montre l'espace délimité par deux cylindres circulaires concentriques horizontaux et deux plans diamétraux. Le rapport des rayons des deux

cylindres est (sauf indication contraire)  $\Gamma = 1,5$  et l'angle d'ouverture  $\chi$  vaut  $\pi/3$ . Des conditions aux limites d'adiabaticité ou d'isothermie sont imposées sur chaque paroi de l'enceinte. Les tests numériques sont effectués (sauf indication contraire) pour  $Pr = 0,7$ ,  $Ra = 2 \cdot 10^5$ ,  $\varepsilon = 1$ ,  $\tau = 1$  et  $\omega_0 = 0$ .

La figure 2 présente une confrontation de nos résultats avec ceux de Moder et al. [10], ainsi qu'avec la solution exacte dans le cas d'un milieu transparent. Deux configurations sont envisagées : dans la première, la paroi de droite est chauffée (figure 2a), alors que, dans la seconde, c'est la paroi de dessous (figure 2b), les autres parois étant maintenues à 0 K. Toutes les frontières sont assimilées à des parois noires.

La figure 2a montre les flux radiatifs traversant les deux parois circulaires dans le cas d'un milieu transparent et de deux autres semi-transparents ( $\beta = 1 \text{ m}^{-1}$ ). La solution exacte dans le premier cas est obtenue à partir des formules suivantes :

- paroi cylindrique interne :

$$q_i^r = \frac{1}{2} \left[ 1 - \frac{\sin(\chi/2 - \delta)}{\sqrt{(1/\Gamma)^2 - 2 \cos(\chi/2 - \delta)/\Gamma + 1}} \right]$$

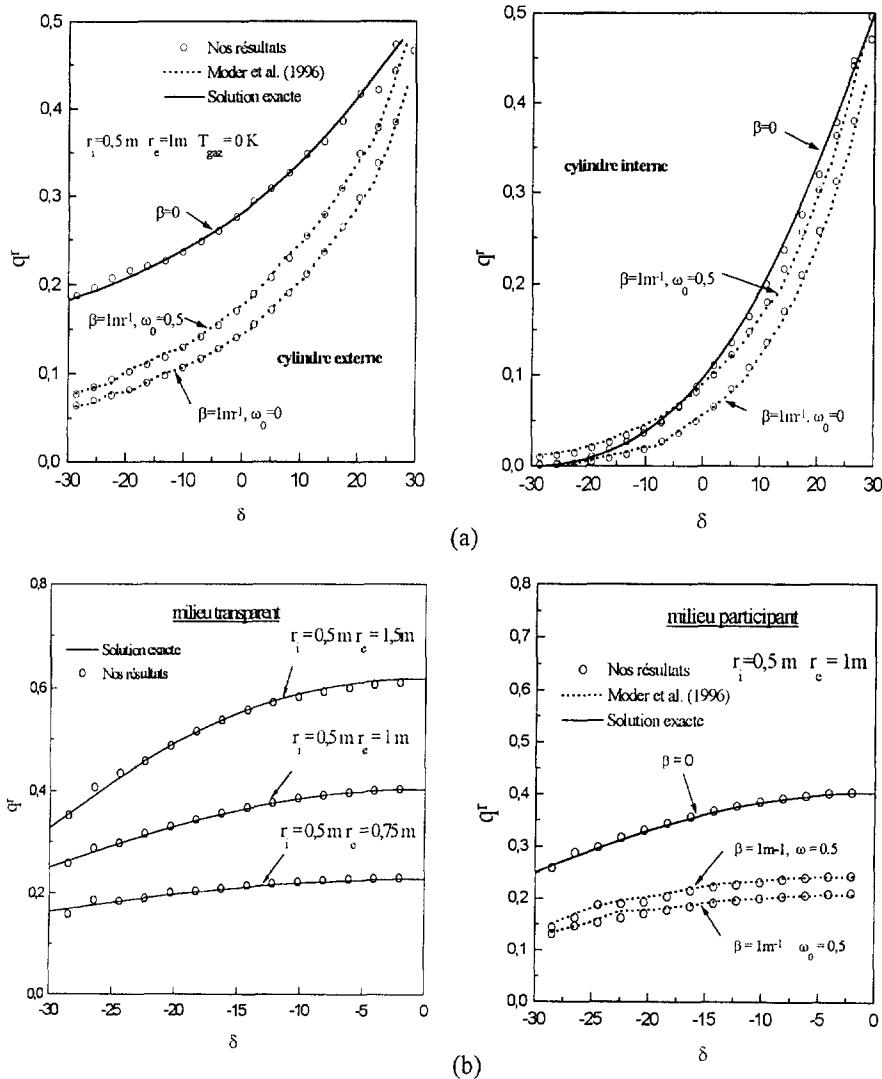
- paroi cylindrique externe :

$$q_e^r = \frac{1}{2} \left[ \frac{\sin(\chi/2 - \delta)}{\sqrt{2(1 - \cos(\chi/2 - \delta))}} \right. \\ \left. - \frac{\sin(\chi/2 - \delta)/\Gamma}{\sqrt{(1/\Gamma)^2 - 2 \cos(\chi/2 - \delta)/\Gamma + 1}} \right]$$

Nos résultats sont en bon accord avec la solution exacte, ainsi qu'avec les résultats de Moder et al. [10]. Les fluctuations du flux interne, obtenu par la méthode FVM, au voisinage de la paroi chaude sont dues à «l'effet de rayon» [11]. Ces fluctuations sont plus importantes lorsque le gaz est transparent. Lathrop [12] a étudié «l'effet de rayon» dans la méthode des ordonnées discrètes. Ce phénomène est dû à l'approximation de la variation angulaire continue de la luminance par un nombre fini des valeurs, dans des directions angulaires discrètes. Il est donc indépendant de la discrétisation spatiale. «L'effet de rayon» est plus prononcé pour les milieux transparents et ceux présentant des sources isolées. Il est caractérisé par des fluctuations dans les distributions de la luminance et des flux de chaleur.

La figure 2b montre le flux radiatif traversant la paroi circulaire externe dans le cas de trois milieux semi-transparents et trois rapports de rayons. La solution exacte dans le cas d'un milieu transparent est obtenue à partir de la formule suivante :

$$q_e^r = \frac{1}{2\Gamma} \left[ \frac{\sin(\chi/2 + \delta)}{\sqrt{(1/\Gamma)^2 - 2 \cos(\chi/2 + \delta)/\Gamma + 1}} \right. \\ \left. - \frac{\sin(\chi/2 - \delta)}{\sqrt{(1/\Gamma)^2 - 2 \cos(\chi/2 - \delta)/\Gamma + 1}} \right]$$



**Figure 2.** Comparaison de nos résultats avec ceux issus de la littérature dans le cas d'un secteur bidimensionnel. **a.** Cas d'un secteur bidimensionnel chauffé par la paroi de droite. **b.** Cas d'un secteur bidimensionnel chauffé par la paroi de dessous.

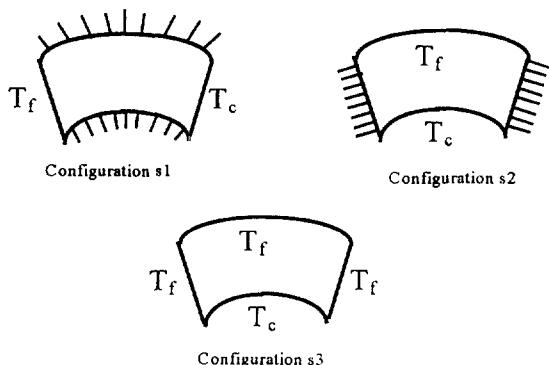
**Figure 2.** Comparison between our results and literature. **a.** Two-dimensional sector heated from the right. **b.** Two-dimensional sector heated from below.

Les différents résultats manifestent un bon accord entre eux. Pour  $q_r^*$ , «l'effet de rayon» est maximal à proximité des parois planes et prend plus d'ampleur lorsque  $\Gamma$  augmente ou lorsque  $\beta$  diminue.

Dans la suite, nous étudions l'influence du paramètre de couplage  $R_c$  sur les isothermes et les lignes de courant pour trois configurations, avec trois conditions aux limites différentes (voir figure 3). Les résultats sont donnés, le plus souvent, pour trois valeurs du paramètre de couplage : deux valeurs extrêmes et une valeur intermédiaire.

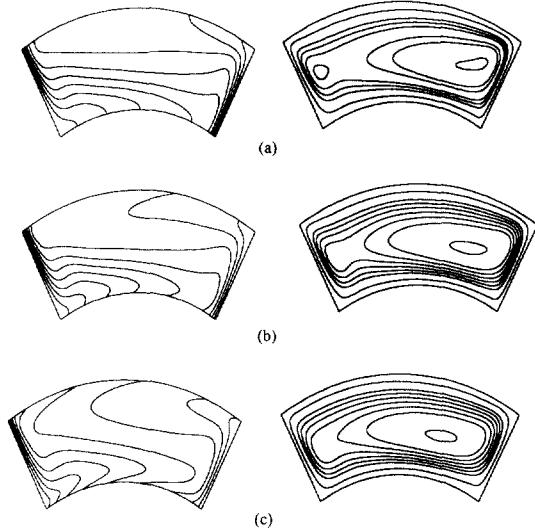
Les surfaces isothermes sont régulièrement espacées. Dans les légendes des figures, le premier chiffre est la valeur de la fonction de courant la plus centrale, le deuxième est la valeur de la fonction suivante quand on va vers l'extérieur. Dans la parenthèse, on donne la valeur du pas, c'est-à-dire la quantité à retrancher pour passer à la fonction de courant suivante.

La figure 4 représente les isothermes et les isocourants, dans le cas de la configuration  $s^1$ , pour  $Ra = 2 \cdot 10^5$  et pour  $R_c = 0, 0,1$  et  $1$  (aucune convergence n'est possible au-delà de cette valeur). Lorsque le paramètre de couplage  $R_c$  augmente, le centre de la cellule convective



**Figure 3.** Représentation schématique de trois secteurs, avec trois conditions aux limites différentes :  $\chi = 60^\circ$ ,  $\Gamma = 1,5$ .

**Figure 3.** Schematic representation of three sectors with three different boundary conditions:  $\chi = 60^\circ$ ,  $\Gamma = 1.5$ .

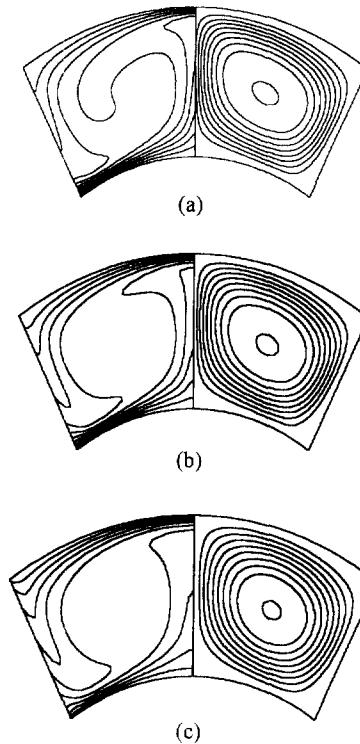


**Figure 4.** Influence du paramètre de couplage  $R_c$  sur les isothermes et les isocourants dans le cas de la configuration  $s^1$  et pour  $Ra = 2 \cdot 10^5$ . a.  $R_c = 0$ ; isocourants à 16,06, 14,27 (-2,038)0. b.  $R_c = 0,1$ , isocourants à 14,62 ; 12,98 (-1,855)0. c.  $R_c = 1$ , isocourants à 18,71 ; 16,62 (-2,374).

**Figure 4.** Influence of the radiation-conduction parameter on streamline and temperature contours for configuration  $s^1$ , when  $Ra = 2 \cdot 10^5$ . a.  $R_c = 0$ ;  $\psi$  contours at 16.06; 14.27 (-2.038)0. b.  $R_c = 0.1$ ;  $\psi$  contours at 14.62; 12.98 (-1.855)0. c.  $R_c = 1$ ;  $\psi$  contours at 18.71; 16.62 (-2.374).

se déplace légèrement vers la paroi froide, les isothermes deviennent plus distordues et ne sont plus orthogonales aux parois adiabatiques. En même temps, les gradients de la température en bas de la paroi chaude et en haut de la paroi froide diminuent considérablement. Ces conclusions rejoignent celles de Tan et Howell [6] dans le cas d'une enceinte rectangulaire avec deux parois verticales isothermes et deux parois horizontales adiabatiques.

Les résultats concernant la configuration  $s^2$  pour  $Ra = 2 \cdot 10^5$  et pour  $R_c = 0, 1$  et 5 sont reportés sur la figure 5. Dans ce cas, au fur et à mesure que  $R_c$  augmente, le centre de la cellule convective s'éloigne légèrement de la paroi froide et les isothermes deviennent tangentes aux parois adiabatiques. Aucune convergence n'est possible pour des valeurs de  $R_c$  plus élevées.



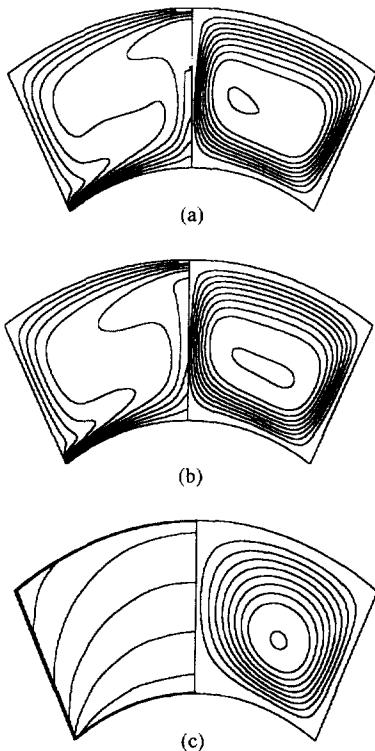
**Figure 5.** Influence du paramètre de couplage  $R_c$  sur les isothermes et les isocourants dans le cas de la configuration  $s^2$  et pour  $Ra = 2 \cdot 10^5$ . a.  $R_c = 0$ ; isocourants à 42,62, 37,86 (-5,408)0. b.  $R_c = 1$ ; isocourants à 46,08, 40,93 (-5,847)0. c.  $R_c = 5$ ; isocourants à 54,76, 48,64 (-6,948)0.

**Figure 5.** Influence of the radiation-conduction parameter on streamline and temperature contours for configuration  $s^2$ , when  $Ra = 2 \cdot 10^5$ . a.  $R_c = 0$ ;  $\psi$  contours at 42.62; 37.86 (-5.408)0. b.  $R_c = 1$ ;  $\psi$  contours at 46.08, 40.93 (-5.847)0. c.  $R_c = 5$ ;  $\psi$  contours at 54.76, 48.64 (-6.948)0.

La figure 6 illustre les résultats concernant la configuration  $s^3$ . Dans cette configuration, contrairement aux précédentes, les parois isothermes présentent deux types de géométrie (plane et circulaire). Lorsque  $R_c$  croît, les isothermes deviennent moins distordues. Pour  $R_c = \infty$  (figure 6c), les isothermes épousent la forme des parois uniquement au voisinage immédiat de celles-ci. Contrairement aux cas précédents, le code converge, quelle que soit la valeur de  $R_c$ .

Le tableau I résume, pour ces trois configurations, l'influence du paramètre de couplage  $R_c$  sur l'intensité

TABLEAU I / TABLE I									
Influence du paramètre de couplage $R_c$ sur l'intensité et la stabilité de l'écoulement, pour trois secteurs bidimensionnels ( $Ra = 2 \cdot 10^5$ )									
Effect of radiation-conduction parameter $R_c$ on intensity and stability of the flow, for three two-dimensional sectors ( $Ra = 2 \cdot 10^5$ )									
	Configuration $s^1$			Configuration $s^2$			Configuration $s^3$		
$R_c$	0	0,1	1	0	1	5	0	1	$\infty$
$\max \psi $	16,31	14,84	18,99	43,27	46,78	55,59	25,52	27,32	28,59
Sens du mouvement du centre de la cellule convective	vers la paroi froide			vers la paroi chaude			vers la paroi chaude		



**Figure 6.** Influence du paramètre de couplage  $R_c$  sur les isothermes et les isocourants dans le cas de la configuration  $s^3$  et pour  $Ra = 2 \cdot 10^5$ . a.  $R_c = 0$ ; isocourants à 25,14, 22,68 (-2,835)0. b.  $R_c = 1$ ; isocourants à 26,91, 24,28 (-3,035)0. c.  $R_c = \infty$ ; isocourants à 28,16, 25,41 (-3,176)0.

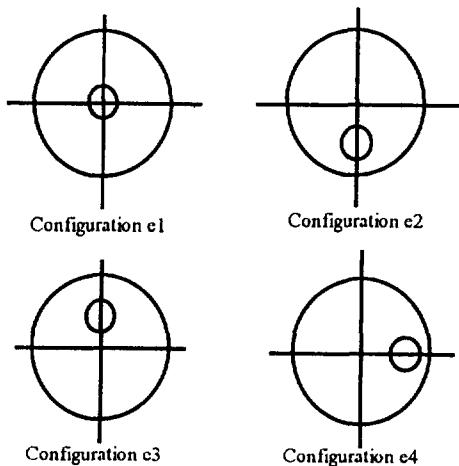
**Figure 6.** Influence of the radiation-conduction parameter on streamline and temperature contours for configuration  $s^3$ , when  $Ra = 2 \cdot 10^5$ . a.  $R_c = 0$ ;  $\psi$  contours at 25.14, 22.68 (-2.835)0. b.  $R_c = 1$ ;  $\psi$  contours at 26.91, 24.28 (-3.035)0. c.  $R_c = \infty$ ;  $\psi$  contours at 28.16, 25.41 (-3.176)0.

et la stabilité de l'écoulement. Dans le cas de la configuration  $s^1$ ,  $\max|\psi|$  ne varie pas de façon monotone lorsque  $R_c$  change : il diminue de 9 % lorsque  $R_c$  passe de 0 à 0,1, puis augmente de 27,9 % lorsque  $R_c$  croît de

0,1 à 1. Pour les configurations  $s^2$  ainsi que  $s^3$ ,  $\max|\psi|$  augmente lorsque  $R_c$  croît. Si  $R_c$  passe de 0 à 5,  $\max|\psi|$  augmente de 28,5 % pour la configuration  $s^2$ . Il croît de 12 % pour la configuration  $s^3$  lorsque  $R_c$  passe de 0 à  $\infty$ .

### 3.2. Couplage rayonnement-convection naturelle dans un espace annulaire horizontal

On considère les quatre configurations  $e^1$ ,  $e^2$ ,  $e^3$  et  $e^4$ , représentées sur la figure 7. Le rapport des rayons de deux cylindres est  $\Gamma = 2,6$  et le nombre de Prandtl est  $Pr = 0,7$ . Pour les configurations  $e^1$ ,  $e^2$  et  $e^3$ , l'interprétation des résultats se fait uniquement sur la moitié du système. Les surfaces isothermes sont régulièrement espacées. Dans les légendes des figures, le premier chiffre est la valeur de la fonction de courant la plus centrale, le deuxième est la valeur de

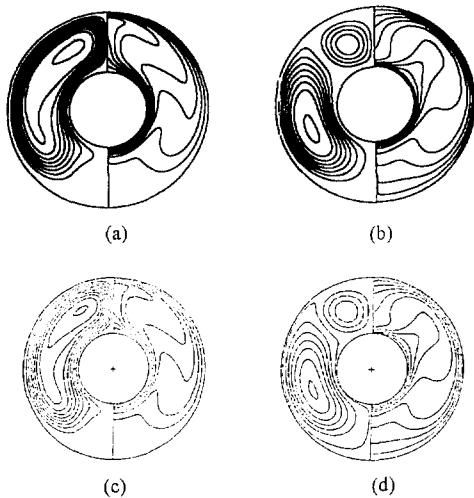


**Figure 7.** Représentation schématique de quatre espaces annulaires, avec 4 positions différentes du cylindre interne.  $\Gamma = 2,6$ .

**Figure 7.** Schematic representation of four annular spaces, with four different positions of the inner cylinder.  $\Gamma = 2,6$ .

la fonction suivante quand on va vers l'extérieur. Dans la parenthèse, on donne la valeur du pas, c'est-à-dire la quantité à retrancher pour passer à la fonction de courant suivante.

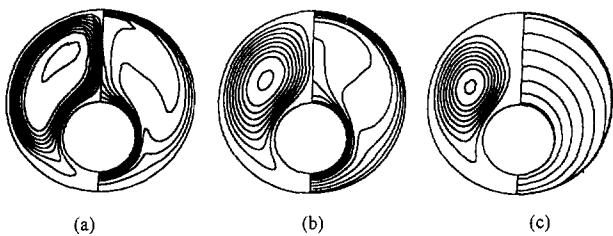
La figure 8 représente les isothermes et les isocourants dans le cas de deux cylindres concentriques (configuration  $e^1$ ) pour  $Ra = 10^5$  et  $R_c = 0$  et 1. Dans cette configuration, le rayonnement déstabilise l'écoulement et fait apparaître un écoulement secondaire au-dessus du cylindre interne (figure 8b). Avec les paramètres numériques que nous avons choisis, aucune convergence de notre code n'est possible pour  $R_c \geq 10$ . Tan et Howell [5], qui ont utilisé une discréttisation en différence finie et la technique YIX pour la résolution de l'équation du transfert radiatif, ont montré également que leur code ne converge pas pour  $R_c \geq 10$ , ce qui peut augmenter la probabilité que cette instabilité numérique existe.



**Figure 8.** Influence du paramètre de couplage  $R_c$  sur les isothermes et les isocourants dans le cas de la configuration  $e^1$  et pour  $Ra = 10^5$ . (c et d : résultats de Tan et Howell [5]). a.  $R_c = 0$ ; isocourants à 27,64, 23,7 ( $-2,963$ )0. b.  $R_c = 1$ ; isocourants à 45,7, 37,89 ( $-4,736$ )0 ( $-5,398$ ) -21,59. c.  $R_c = 0$ ; isocourants à 31,05, 28,23 ( $-3,136$ )0. d.  $R_c = 1$ ; isocourants à 48,88, 44,43 ( $-4,937$ )0.

**Figure 8.** Influence of the radiation-conduction parameter on streamline and temperature contours for configuration  $e^1$ , when  $Ra = 10^5$ . (c and d: results of Tan and Howell [5]). a.  $R_c = 0$ ;  $\psi$  contours at 27.64, 23.7 ( $-2.963$ )0. b.  $R_c = 1$ ;  $\psi$  contours at 45.7, 37.89 ( $-4.736$ )0 ( $-5.398$ ) -21.59. c.  $R_c = 0$ ;  $\psi$  contours at 31.05, 28.23 ( $-3.136$ )0. d.  $R_c = 1$ ;  $\psi$  contours at 48.88, 44.43 ( $-4.937$ )0.

La figure 9 illustre les résultats concernant le cas d'un déplacement vers le bas du cylindre interne (configuration  $e^2$ ), pour  $Ra = 10^5$  et  $R_c = 0, 1$  et  $\infty$ . Plus  $R_c$  est important, plus le centre de la cellule convective se déplace vers le bas, les isothermes devenant moins distordues et plus uniformes dans la direction angulaire,



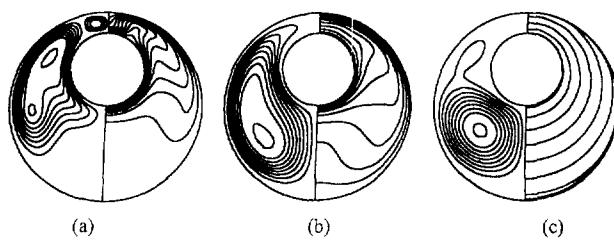
**Figure 9.** Influence du paramètre de couplage  $R_c$  sur les isothermes et les isocourants dans le cas de la configuration  $e^2$  et pour  $Ra = 10^5$ . a.  $R_c = 0$ ; isocourants à 41,86, 34,7 (4,338)0. b.  $R_c = 1$ ; isocourants à 87, 72,13 ( $-9,016$ )0. c.  $R_c = \infty$ ; isocourants à 95,86, 79,47 ( $-9,934$ )0.

**Figure 9.** Influence of the radiation-conduction parameter on streamline and temperature contours for configuration  $e^2$ , when  $Ra = 10^5$ . a.  $R_c = 0$ ;  $\psi$  contours at 41.86, 34.7 (4.338)0. b.  $R_c = 1$ ;  $\psi$  contours at 87, 72.13 ( $-9.016$ )0. c.  $R_c = \infty$ ;  $\psi$  contours at 95.86, 79.47 ( $-9.934$ )0.

jusqu'à épouser la forme de cercles excentriques pour  $R_c = \infty$ .

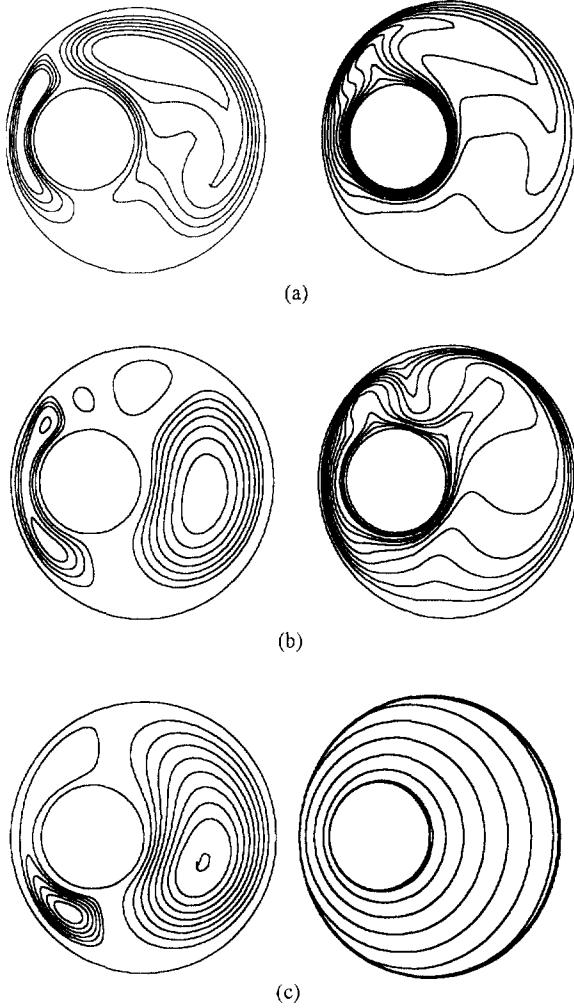
La figure 10 représente les isothermes et les isocourants dans le cas où le cylindre interne est excentré vers le haut (configuration  $e^3$ ). En présence du rayonnement, la cellule contrarotative, qui existait en convection pure ( $R_c = 0$ ), a complètement disparu ; l'écoulement est monocellulaire. Dans cette configuration, le rayonnement stabilise l'écoulement.

Les résultats concernant la configuration  $e^4$  (figure 11) montrent que, pour  $R_c = 1$ , deux cellules contrarotatives apparaissent dans la région sommitale du cylindre interne et que deux nouveaux «champignons» thermiques viennent remplacer celui qui existait en l'absence de rayonnement. Quand  $R_c = \infty$ , les cellules secondaires sont détruites et l'écoulement se stabilise.



**Figure 10.** Influence du paramètre de couplage  $R_c$  sur les isothermes et les isocourants dans le cas de la configuration  $e^3$  et pour  $Ra = 10^5$ . a.  $R_c = 0$ , isocourants à 8,534, 7,075 ( $-0,884$ )0 ( $-1,211$ ) -3,634. b.  $R_c = 1$ ; isocourants à 33,82, 28,04 ( $-3,505$ )0. c.  $R_c = \infty$ ; isocourants à 102,4, 84,88 ( $-10,61$ )0.

**Figure 10.** Influence of the radiation-conduction parameter on streamline and temperature contours for configuration  $e^3$ ,  $Ra = 10^5$ . a.  $R_c = 0$ ;  $\psi$  contours at 8.534, 7.075 ( $-0.884$ )0 ( $-1.211$ ) -3,634. b.  $R_c = 1$ ;  $\psi$  contours at 33.82, 28.04 ( $-3.505$ )0. c.  $R_c = \infty$ ;  $\psi$  contours at 102.4, 84.88 ( $-10.61$ )0.



**Figure 11.** Influence du paramètre de couplage  $R_c$  sur les isothermes et les isocourants dans le cas de la configuration  $e^4$  et pour  $Ra = 10^5$ . **a.**  $R_c = 0$ ; isocourants à 28,69 (-4,781) 0 (-2,814)-11,26. **b.**  $R_c = 1$ ; isocourants à 79,44 (-11,35) 0, -2,247, 2,062, 0 (-3,793)-18,97. **c.**  $R_c = \infty$ ; isocourants à 138,2 (-34,56) 0 (-2,738) -10,95.

**Figure 11.** Influence of the radiation-conduction parameter on streamline and temperature contours for configuration  $e^4$ , when  $Ra = 10^5$ . **a.**  $R_c = 0$ ;  $\psi$  contours at 28.69 (-4.781) 0 (-2.814)-11.26. **b.**  $R_c = 1$ ;  $\psi$  contours at 79.44 (-11.35) 0, -2.247, 2.062, 0 (-3.793)-18.97. **c.**  $R_c = \infty$ ;  $\psi$  contours at 138.2 (-34.56) 0 (-2.738) -10.95.

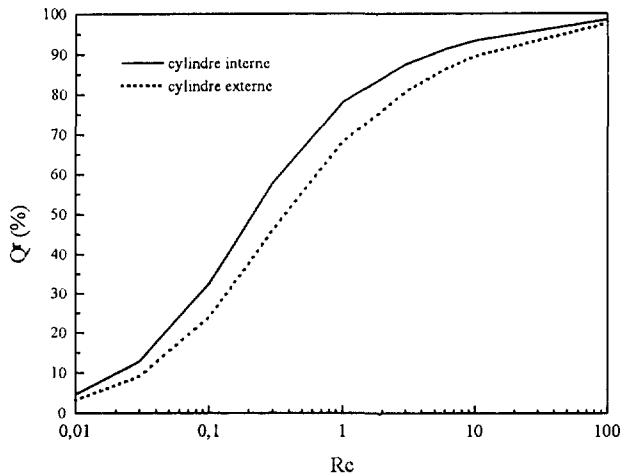
Le tableau II montre le sens, ainsi que le module, des variations de  $\max \psi$  et de  $\min \psi$  après une augmentation du paramètre de couplage, et ceci pour les quatre configurations considérées. On remarquera que le rayonnement peut jouer un rôle aussi bien stabilisant que déstabilisant sur l'écoulement. Dans tous les cas, le rayonnement intensifie l'écoulement dans la moitié inférieure de l'espace annulaire, ce qui confirme le sens du mouvement des centres de cellules convectives.

### 3.3. Influence des paramètres radiatifs sur le transfert de chaleur et sur l'intensité de l'écoulement

Dans cette section, nous étudions, dans le cas de la configuration  $e^4$  et pour  $Ra = 10^4$ , l'influence de l'épaisseur optique  $\tau$ , de l'émissivité des parois  $\varepsilon$  et de l'albédo de diffusion  $\omega_0$  sur le transfert de chaleur et sur l'intensité de l'écoulement.

#### 3.3.1. Influence du paramètre de couplage rayonnement-conduction

La figure 12 illustrant, pour  $Ra = 10^4$ , l'influence de  $R_c$  sur le pourcentage des flux radiatifs au niveau des cylindres interne et externe, montre qu'à 5 % près, le transfert de chaleur s'effectue essentiellement par conduction pour  $R_c < 10^{-2}$  et par rayonnement pour  $R_c > 10^2$ .



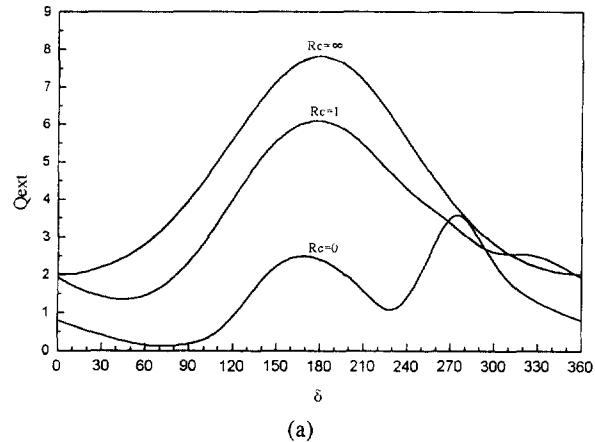
**Figure 12.** Influence du paramètre de couplage  $R_c$  sur le pourcentage du flux radiatif dans le cas de la configuration  $e^4$  et pour  $Ra = 10^4$ ,  $\tau = 1$ ,  $\varepsilon = 1$  et  $\omega_0 = 0$ .

**Figure 12.** Influence of the radiation-conduction parameter on percentage radiation fluxes for the configuration  $e^4$ , when  $Ra = 10^4$ ,  $\tau = 1$ ,  $\varepsilon = 1$  and  $\omega_0 = 0$ .

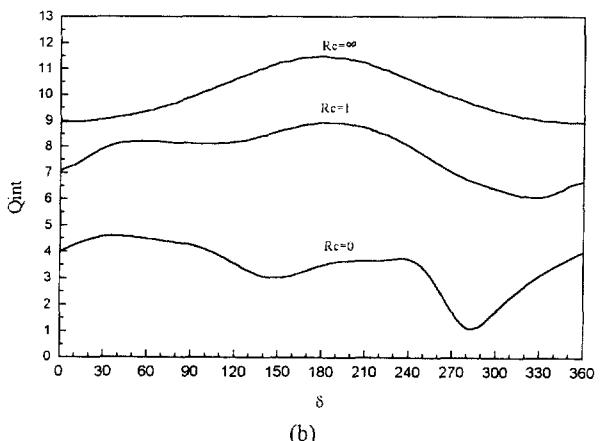
La figure 13 présente, pour  $Ra = 10^4$ , l'influence du paramètre de couplage sur les distributions des flux thermiques totaux et locaux sur les parois interne et externe. En l'absence du rayonnement ( $R_c = 0$ ), le transfert de chaleur au niveau du cylindre externe présente un maximum relatif («de conduction») à  $\delta \approx 170^\circ$  et un autre («de convection») à  $\delta \approx 170^\circ$ , qui sont remplacés, pour  $R_c = \infty$ , par un maximum absolu à  $\delta \approx 180^\circ$ , dû au transfert de chaleur par rayonnement. Le minimum de transfert, localisé à  $\delta \approx 75^\circ$  en l'absence de rayonnement, se situe alors à  $\delta = 170 \equiv 0$ . Lorsque le rayonnement est dominant, le transfert de chaleur au niveau du cylindre interne manifeste la même allure que

TABLEAU II / TABLE II  
Influence du paramètre de couplage  $R_c$  sur l'intensité et la stabilité de l'écoulement pour quatre espaces annulaires ( $Ra = 2 \cdot 10^5$ )  
Effect of radiation-conduction parameter  $R_c$  on intensity and stability of the flow for four annular spaces ( $Ra = 2 \cdot 10^5$ )

	Configuration $e^1$			Configuration $e^2$			Configuration $e^3$			Configuration $e^4$		
$R_c$	0	1	$\infty$									
max $\psi$	29,63	47,36	-	43,38	90,16	99,34	8,84	35,05	106,1	33,47	90,79	172,8
- min $\psi$	0	21,87	-	0	0	0	3,73	0	0	14,07	22,76	13,69
Écoulement	apparition						disparition			apparition		
Sens du mouvement du centre de la cellule convective	vers le bas											



(a)



(b)

**Figure 13.** Influence du paramètre de couplage  $R_c$  sur les flux thermiques totaux dans le cas de la configuration  $e^4$  et pour  $Ra = 10^4$ ,  $\tau = 1$ ,  $\varepsilon = 1$  et  $\omega_0 = 0$ . a. Cylindre externe. b. Cylindre interne.

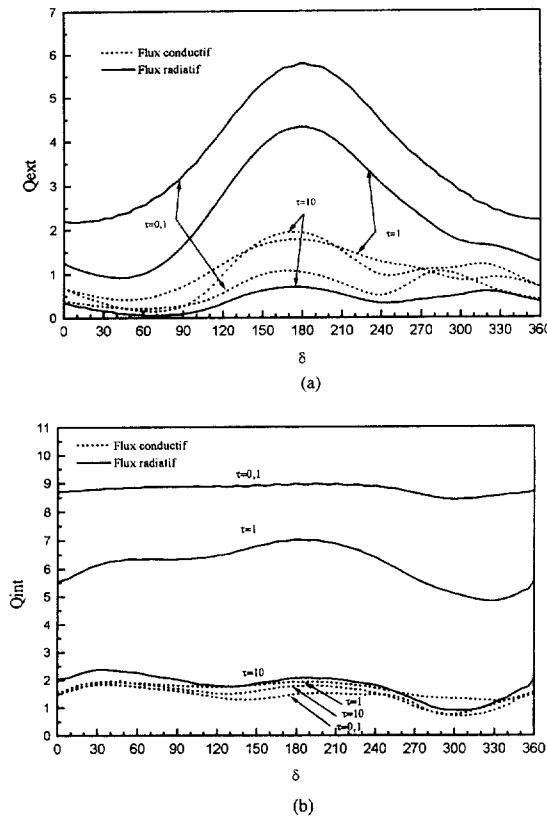
**Figure 13.** Influence of the radiation-conduction parameter on total heat flux distributions for the configuration  $e^4$ , when  $Ra = 10^4$ ,  $\tau = 1$ ,  $\varepsilon = 1$  and  $\omega_0 = 0$ . a. Outer cylinder. b. Inner cylinder.

celui au niveau du cylindre externe. Le minimum du transfert de chaleur, situé à  $\delta \approx 280^\circ$ , se déplace vers  $\delta \approx 360^\circ$  au fur et à mesure que  $R_c$  augmente.

### 3.3.2. Influence de l'épaisseur optique

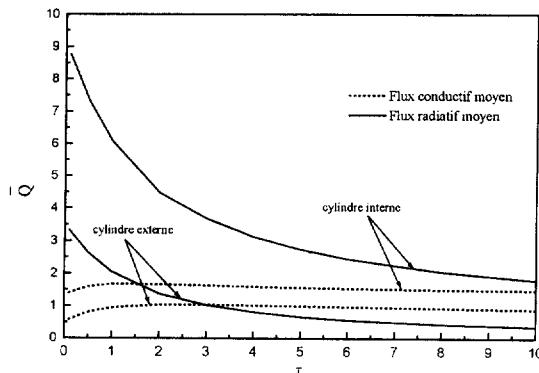
Nous considérons le cas où  $\varepsilon = 1$ ,  $R_c = 1$  et  $\omega_0 = 0$ . La figure 14 représente les flux radiatifs et conductifs locaux traversant les parois interne et externe pour  $\tau = 0,1$ , et 10. Pour  $\tau = 10$ , les distributions des flux conductif et radiatif ont sensiblement la même allure. Pour  $\tau = 0,1$ , le flux radiatif externe présente, lorsque  $\delta \approx 180^\circ$ , un maximum bien prononcé, alors que le flux radiatif interne est quasi uniforme. Ce résultat s'explique par le fait que, dans le cas de faibles épaisseurs optiques, le transfert de chaleur par rayonnement s'effectue essentiellement entre les surfaces. Le cylindre interne «voit» de la même manière le cylindre externe, alors que ce dernier reçoit un maximum de chaleur du cylindre interne à  $\delta \approx 180^\circ$  et un minimum à  $\delta \approx 0$ . Notons que le profil du flux conductif interne est nettement moins sensible à la variation de  $\tau$  que celui du flux conductif externe.

La figure 15 présente les variations, en fonction de l'épaisseur optique, des flux radiatifs et conductifs moyens traversant les parois interne et externe. En raison de l'augmentation de la résistance radiative du milieu participant, le transfert de chaleur par rayonnement décroît exponentiellement lorsque cette épaisseur optique augmente. Lorsque  $\tau$  croît de 0,1 à 10, les flux radiatifs interne et externe s'atténuent de 79,6 % et 88,9 % respectivement. Après une augmentation relativement importante (19,7 % et 63,5 % au niveau des cylindres interne et externe respectivement) lorsque  $\tau$  passe de 0,1 à 1, les flux conductifs moyens n'évoluent plus quand  $\tau$  augmente de nouveau. Le tableau III met en évidence l'influence de  $\tau$  sur l'intensité de l'écoulement. En effet, lorsque  $\tau$  croît, le maximum de la fonction de courant ne varie pas de façon monotone : il augmente de 42,8 % si  $\tau$  passe de 0,1 à 1 et diminue



**Figure 14.** Influence de l'épaisseur optique  $\tau$  sur les flux radiatifs et conductifs locaux dans le cas de la configuration  $e^4$  et pour  $Ra = 10^4$ ,  $R_c = 1$ ,  $\varepsilon = 1$  et  $\omega_0 = 0$ . **a.** Cylindre externe. **b.** Cylindre interne.

**Figure 14.** Influence of the the optical thickness on conductive and radiative flux distributions for the configuration  $e^4$ , when  $Ra = 10^4$ ,  $R_c = 1$ ,  $\varepsilon = 1$  and  $\omega_0 = 0$ . **a.** Outer cylinder. **b.** Inner cylinder.



**Figure 15.** Influence de l'épaisseur optique  $\tau$  sur les flux radiatifs et conductifs moyens dans le cas de la configuration  $e^4$  et pour  $Ra = 10^4$ ,  $R_c = 1$ ,  $\varepsilon = 1$  and  $\omega_0 = 0$ .

**Figure 15.** Effect of the optical thickness on conductive and radiative average fluxes for the configuration  $e^4$ , when  $Ra = 10^4$ ,  $R_c = 1$ ,  $\varepsilon = 1$  and  $\omega_0 = 0$ .

TABLEAU III / TABLE III Influence de l'épaisseur optique $\tau$ , de l'émissivité des parois $\varepsilon$ et de l'albédo de diffusion $\omega_0$ sur le maximum et le minimum de la fonction de courant dans le cas de la configuration $e^4$ et pour $Ra = 10^4$ et $R_c = 1$ . Influence of optical thickness $\tau$ , wall emissivity $\varepsilon$ and scattering albedo $\omega_0$ on maximum and minimum of the stream function for configuration $e^4$ , when $Ra = 10^4$ , and $R_c = 1$ .				
$\tau$	$\varepsilon$	$\omega_0$	max $\psi$	-min $\psi$
0,1	1	0	23,18	5,37
1	1	0	33,1	3,01
10	1	0	32,1	4,73
1	0,5	0	29,27	2,53
1	0,1	0	25,33	2,21
1	1	0,5	31,14	3,62
1	1	0,9	24,67	6,03

de 3 % lorsque  $\tau$  passe de 1 à 10. À l'opposé de  $\max \psi$  et pour les mêmes variations de  $\tau$ ,  $|\min y|$  diminue de 43,9 %, puis s'accroît de 57,1 %.

### 3.3.3. Influence de l'émissivité des parois

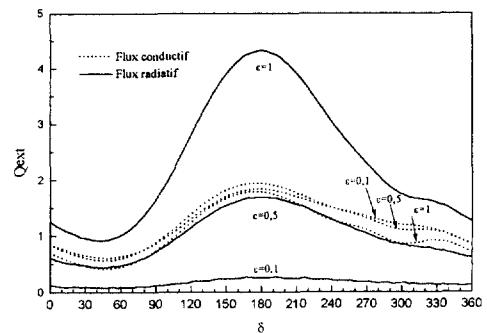
La figure 16 représente les flux radiatifs et conductifs locaux traversant les parois interne et externe pour  $\tau = 1$ ,  $R_c = 1$ ,  $\omega_0 = 0$  et  $\varepsilon = 0,1, 0,5$  et 1. Pour  $\varepsilon = 0,1$ , les profils des flux radiatifs sont assez uniformes sur chacune des deux parois car, pour les faibles émissivités, la température de celles-ci a peu d'impact sur le transfert de chaleur par rayonnement. Les profils des flux conductifs sont quasi insensibles aux variations de  $\varepsilon$ . Notons la décroissance régulière du flux conductif interne lorsque  $\varepsilon$  augmente.

La figure 17 représente les variations, en fonction de l'émissivité, des flux radiatifs et conductifs moyens traversant les parois interne et externe. Tous les deux dépendent linéairement de celle-ci. Lorsque  $\varepsilon$  varie de 1 à 0,1 les flux radiatifs interne et externe moyens diminuent de 89,8 % et 92,5 % respectivement. Pour la même variation de  $\varepsilon$ , les flux conductifs interne et externe moyens augmentent de 58,4 % et 17,8 % respectivement. L'écoulement est très sensible, d'après le tableau III, à l'émissivité des parois : lorsque  $\varepsilon$  croît de 0,1 à 1,  $\max \psi$  et  $|\min \psi|$  augmentent de 30,7 % et 36,2 % respectivement.

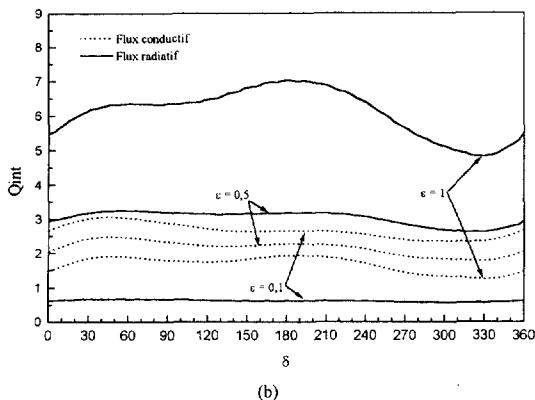
### 3.3.4. Influence de l'albédo de diffusion

La figure 18 représente les flux radiatifs et conductifs locaux traversant les parois interne et externe pour  $\tau = 1$ ,  $R_c = 1$ ,  $\varepsilon = 1$ ,  $\omega_0 = 0,0,5$  et 0,9. Qu'il se fasse par

## Étude numérique du couplage rayonnement-convection naturelle en régime permanent



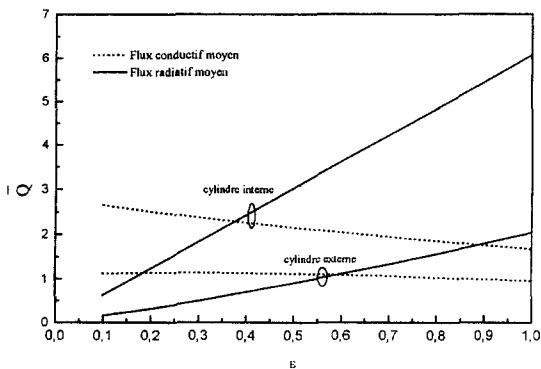
(a)



(b)

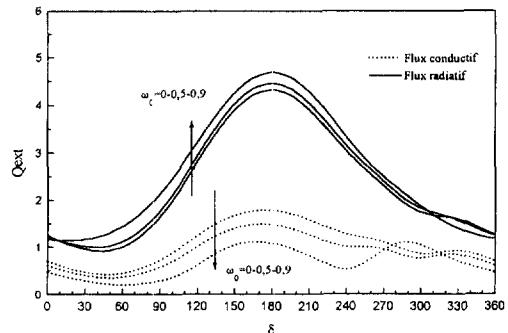
**Figure 16.** Influence de l'émissivité des parois  $\varepsilon$  sur les flux radiatifs et conductifs locaux dans le cas de la configuration  $e^4$  et pour  $Ra = 10^4$ ,  $R_c = 1$ ,  $\tau = 1$  et  $\omega_0 = 0$ . a. Cylindre externe. b. Cylindre interne.

**Figure 16.** Influence of wall emissivity on conductive and radiative flux distributions for the configuration  $e^4$ , when  $Ra = 10^4$ ,  $R_c = 1$ ,  $\tau = 1$  and  $\omega_0 = 0$ . a. Outer cylinder. b. Inner cylinder.

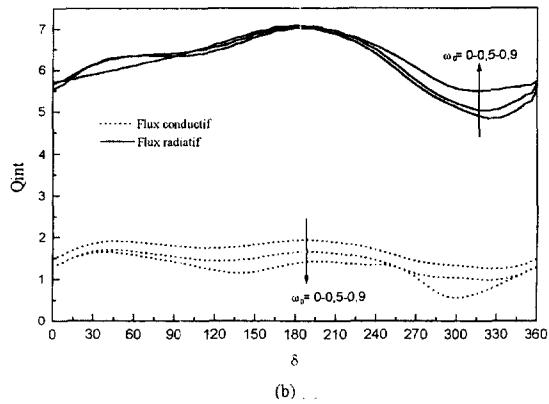


**Figure 17.** Influence de l'émissivité des parois  $\varepsilon$  sur les flux radiatifs et conductifs moyens dans le cas de la configuration  $e^4$  et pour  $Ra = 10^4$ ,  $R_c = 1$ ,  $\tau = 1$  et  $\omega_0 = 0$ .

**Figure 17.** Effect of wall emissivity on conductive and radiative average fluxes for the configuration  $e^4$ , when  $Ra = 10^4$ ,  $R_c = 1$ ,  $\tau = 1$  and  $\omega_0 = 0$ .



(a)



(b)

**Figure 18.** Influence de l'albédo de diffusion  $\omega_0$  sur les flux radiatifs et conductifs locaux dans le cas de la configuration  $e^4$  et pour  $Ra = 10^4$ ,  $R_c = 1$ ,  $\tau = 1$  et  $\varepsilon = 1$ . a. Cylindre externe. b. Cylindre interne.

**Figure 18.** Influence of scattering albedo on conductive and radiative flux distributions for the configuration  $e^4$ , when  $Ra = 10^4$ ,  $R_c = 1$ ,  $\tau = 1$  and  $\varepsilon = 1$ . a. Outer cylinder. b. Inner cylinder.

conduction ou par rayonnement, le transfert de chaleur au niveau des deux parois est peu influencé, en allure et en quantité, par la variation de l'albédo de diffusion. Toutefois, notons que c'est au niveau du cylindre externe et sur le flux conductif local que cette influence est maximale. Comme indiqué dans le tableau III, plus le milieu est diffusant, plus l'écoulement est intense dans la moitié étroite de l'espace annulaire et moins il l'est dans l'autre moitié. Lorsque  $\omega_0$  passe de 0 à 0,9,  $\max \psi$  diminue de 25,5 % et  $|\min \psi|$  double.

## 4. CONCLUSION

Nous avons étudié le couplage rayonnement-convection naturelle à l'intérieur d'un milieu gris qui émet, absorbe et diffuse isotropiquement le rayonnement. Les simulations numériques ont été exécutées pour  $Pr = 0,7$ ,  $Ra \leq 2 \cdot 10^5$  et un paramètre de couplage rayonnement-conduction variant entre zéro et l'infini.

L'utilisation des coordonnées bicylindriques permet d'examiner le cas d'un espace annulaire délimité par deux cylindres excentriques isothermes, ainsi que celui d'un espace délimité par deux cylindres concentriques et deux plans diamétraux, avec des parois adiabatiques ou isothermes.

Le transfert radiatif peut jouer un rôle aussi bien stabilisant que déstabilisant sur l'écoulement. Dans le cas d'un espace annulaire d'axe horizontal, le rayonnement intensifie l'écoulement dans la moitié inférieure de l'espace annulaire. Dans celui d'un secteur bidimensionnel dont les parois sont à températures imposées, les lignes isothermes n'épousent la forme des parois (pour  $R_c = \infty$ ) qu'au voisinage immédiat de celles-ci. Pour un secteur avec des parois isothermes, le rayonnement stabilise l'écoulement. Lorsque l'enceinte présente des parois adiabatiques, aucune convergence n'est possible pour les grandes valeurs de  $R_c$ .

Le transfert de chaleur s'effectue, à 5 % près, par rayonnement seul pour  $R_c \geq 100$  et par convection seule pour  $R_c \leq 0,01$ .

Lorsque le paramètre de couplage rayonnement-conduction augmente, le transfert de chaleur augmente, l'écoulement s'intensifie surtout dans la moitié inférieure de l'espace annulaire, où le fluide s'échauffe davantage.

En raison de la proportionnalité à  $T^4$  de la puissance radiative émise, l'impact du rayonnement sur le transfert de chaleur est plus significatif au niveau de la paroi chaude qu'au niveau de la paroi froide.

L'épaisseur optique du milieu semi-transparent et l'émissivité des parois des deux cylindres exercent une grande influence sur le transfert de chaleur au niveau des parois. La dépendance du flux radiatif vis-à-vis de l'épaisseur optique est exponentielle ; celle des flux radiatif et conductif vis-à-vis de l'émissivité des parois est linéaire. L'écoulement est assez sensible à la variation de ces deux paramètres. L'albédo de diffusion a une influence relativement faible sur le transfert de chaleur, mais assez importante sur l'intensité de l'écoulement.

L'analyse des différentes configurations étudiées met en évidence la complexité des interactions entre le rayonnement et la convection naturelle, qui font appel à deux types de transfert de chaleur différents. Aucune conclusion générale concernant la stabilité de l'écoulement ne peut être tirée.

Par sa flexibilité et sa faculté de conserver les bilans, la méthode des volumes finis, qui permet de résoudre

l'équation du transfert radiatif, est un outil numérique puissant et parfaitement compatible avec ceux utilisés pour la résolution des problèmes de convection. Son adaptation aux coordonnées bicylindriques ne présente pas de difficultés particulières. Toutefois, comme la méthode des ordonnées discrètes, elle souffre du problème de « l'effet de rayon ».

## RÉFÉRENCES

- [1] Chang L.C., Yang K.T., Lloyd J.R., Radiation-natural convection interactions in two-dimensional complex enclosures, *J. Heat Trans.-T. ASME* 105 (1983) 89-95.
- [2] Desrayaud G., Lauriat G., Natural convection of a radiating fluid in a vertical layer, *J. Heat Trans.-T. ASME* 107 (1985) 710-712.
- [3] Webb B.W., Viskanta R., Radiation-induced buoyancy-driven flow in rectangular enclosures: experiment and analysis, *J. Heat Trans.-T. ASME* 109 (1987) 427-433.
- [4] Fusegi T., Farouk B., Laminar and turbulent natural convection-radiation interactions in a square enclosure filled with a nongray gas, *Numer. Heat Tr.* 15 (1989) 303-322.
- [5] Tan Z., Howell J.R., Combined radiation and natural convection in a participating medium between horizontal concentric cylinders, in : *Proceedings of the National Heat Transfer Conference, Heat Transfer Phenomena in Radiation, Combustion and Fires*, 1989, 106, 87-94.
- [6] Tan Z., Howell J.R., Combined radiation and natural convection in a two-dimensional participating square medium, *Int. J. Heat Mass Tran.* 34 (1991) 785-793.
- [7] Borjini M.N., Mbow C., Daguenet M., Étude numérique de l'influence du transfert radiatif sur la convection naturelle laminaire, bidimensionnelle, permanente, dans un espace annulaire d'axe horizontal, délimité par deux cylindres circulaires isothermes, *Rev. Gén. Therm.* 37 (1998) 475-487.
- [8] Siegel R., Howell J.R., *Thermal radiation heat transfer*, Hemisphere Publishing Corporation, 3rd Ed., New York, 1992.
- [9] Patankar S.V., *Numerical heat transfer and fluid flow*, McGrawHill, New York, 1980.
- [10] Moder J.P., Chai J.C., Parthasarathy G., Lee H.S., Patankar S.V., Nonaxisymmetric radiative transfer in cylindrical enclosures. *Numer. Heat Tr. B-Fund.* 30 (1996) 437-452.
- [11] Chai J.C., Lee H.S., Patankar S.V., Ray effect and false scattering in the discrete ordinates method, *Numer. Heat Tr. B-Fund.* 24 (1993) 373-389.
- [12] Lathrop K.D., Ray effects in discrete ordinates equations, *Nuclear Sci. Eng.* 32 (1968) 357-369.

## Abridged English Version

**Numerical study of combined radiation and natural convection within annular spaces and sectors using the finite volume method**

In the present numerical study, a finite-volume method has been used for the two-dimensional radiation-natural convection interaction phenomena in horizontal annuli and within annular sectors. The medium is considered as a gray, emitting, absorbing, and isotropically scattering gas, and the walls are supposed to be diffusely reflecting and emitting surfaces. It assumed that the flow is steady laminar with no-slip conditions at the walls, the physical properties are constant, the Boussinesq approximation is valid, and the viscous dissipation is negligible. For the annular space the temperatures of both cylinders are constant. The inner cylinder is heated and the outer cylinder is cooled. For the annular sector different boundary conditions are studied. The vorticity—stream function formulation, written in a two-cylindrical coordinate system, is used. The new finite volume method (FVM) to predict radiant heat transfer in participating medium is conceptually applied with the computational control-volume grids used to compute fluid flow and convective heat transfer. The Power-Law scheme is used to discretize the convective terms in the governing equations, and the Step scheme is used to spatial discretize the intensity. To solve the resulting nonlinear algebraic equations, the successive-over-relaxation iterating scheme is applied. The effects of the boundary conditions (for annular sectors) and the position of inner cylinder (for annular spaces) on the intensity and the stability of the flow are analyzed. Numerical solutions are obtained for  $Pr = 0.7$ ,  $Ra \leq 2 \cdot 10^5$ , and the radiation-conduction parameter ranging from 0 to  $\infty$ , four different eccentric positions of the inner cylinder and three different boundary conditions on the

walls of the sector. Results are presented in the form of temperature distributions, local and overall heat transfer, and contours of the stream function.

The presence of radiation has a great influence on the patterns of flow and temperature as well as heat transfer. Within about 5 %, heat transfer is effectuated by convection only for  $R_c \leq 0.01$  and by radiation only for  $R_c \geq 100$ . When the radiation-conduction parameter rises, the heat transfer increases, and the flow intensifies principally in the lower part of the annular space. For an annular sector with isothermal walls, radiation stabilizes the flow. It destabilizes it if the enclosure presents adiabatic walls. Because of the radiative emissive power that is proportional to  $T^4$ , the influence of radiation on heat transfer is more significant on the inner cylinder than on the outer cylinder. Medium optical thickness and wall emissivity exert an important influence on heat transfer on the walls. The dependence of radiative transfer on optical thickness is exponential and that of radiative and conductive fluxes on wall emissivity is linear. The flow is sensitive enough to these parameters. The scattering albedo influences heat transfer relatively little while it affects the flow more considerably.

Thanks to its flexibility and its faculty to conserve the balance of radiant energy, the use of the finite volume method, to resolve the radiative transfer equation, is a powerful numerical tool perfectly compatible with those used for convective problems. Its adaptation to the bi-cylindrical coordinates does not present a particular difficulty. However, and like the discrete ordinates method, it presents the ‘ray effect’ problem.

